数 学

1 正負の数、式の計算

〈解答〉(1) 5☆☆　(2) $\frac{13}{3}$☆☆　(3) $-8a+b$☆☆

(4) $-30x^2y^3$☆☆　(5) $\frac{25x+2y}{12}$☆☆

(1) $9-(-2)^2=9-4=5$

(2) $\frac{8}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)\times 5=\frac{8}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{8}{3}+\frac{5}{3}=\frac{13}{3}$

(3) $2(a-7b)-5(2a-3b)$
$=2a-14b-10a+15b=-8a+b$

(4) $6xy\times(-5xy^2)=6\times(-5)\times xy\times xy^2=-30x^2y^3$

(5) $\frac{3x+2y}{4}+\frac{4x-y}{3}=\frac{3(3x+2y)+4(4x-y)}{12}$

$=\frac{9x+6y+16x-4y}{12}=\frac{25x+2y}{12}$

2 小問集合（等式変形、点対称、データ、比例・反比例）

〈解答〉(1) $a=\frac{b-5c}{2}$☆☆　(2) $4\,\mathrm{cm}^2$☆☆　(3) 0.25☆☆☆

(4)① (6, 4)☆☆　② $6\,\mathrm{cm}$☆☆☆

(1) $5c=-2a+b$　　$2a=b-5c$

両辺を 2 でわると

$a=\frac{b-5c}{2}$

(2) △DEF は、△ABC を点 O について点対称移動した図形だから、△ABC と△DEF は合同な三角形である。よって、AB＝DE＝4 cm

△ABC と△DEF を合わせた図形は点 O に対して点対称な図形なので、点 O を通る直線で面積が 2 等分される。この図形の面積は△ABC の面積の 2 倍だから、色をつけた部分の面積は△ABC の面積と等しく

$\frac{1}{2}\times 2\times 4=4\,(\mathrm{cm}^2)$

(3) 中央値は、記録の短い方から数えて 20 番目と 21 番目の記録の平均値である。20 番目の記録も 21 番目の記録も 20 m 以上 25 m 未満の階級にふくまれるので、中央値をふくむ階級は 20 m 以上 25 m 未満の階級であり、その度数は 10 人。したがって、相対度数は

$\frac{10}{40}=0.25$

(4)① 点 A は直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点で、x 座標は 6 であるから、y 座標は $y=\frac{2}{3}\times 6=4$

したがって、A(6, 4)

② 点 A(6, 4) は反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点であるから

$4=\frac{a}{6}$ より $a=24$

点 B は直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点で、y 座標は 2 であるから、$2=\frac{2}{3}x$ より、x 座標は $x=3$

点 C は反比例 $y=\frac{24}{x}$ のグラフ上の点で、x 座標は 3 であるから、y 座標は $y=\frac{24}{3}=8$

したがって、BC の長さは、8−2＝6 (cm)

3 連立方程式

〈解答〉(1) $x=4$、$y=-1$☆☆☆

(2)① ア☆　② オ☆

③ 360☆☆　④ 1440☆☆

(1) $\begin{cases} x-3y=7 & \cdots\cdots① \\ 0.3x+0.2y=1 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①×3−②×10 より

$-11y=11$　　$y=-1$

これを①に代入すると

$x+3=7$　　$x=4$

(2) A さんが歩いた道のりを x m、走った道のりを y m とすると、歩いた道のりと走った道のりの合計は、家から駅までの道のりである 1800 m だから

$x+y=1800$　……Ⓐ

と表せる。

また、A さんの歩いた時間 $\frac{x}{60}$ 分と走った時間 $\frac{y}{160}$ 分の合計が、家を出発してから駅に着くまでにかかった時間である 15 分だから

$\frac{x}{60}+\frac{y}{160}=15$　……Ⓑ

と表せる。

ⒶとⒷを連立させて解く。Ⓑ×480−Ⓐ×3 より

$5x=1800$　　$x=360$

これをⒶに代入すると

$360+y=1800$　　$y=1440$

これらは問題に適する。

したがって、A さんが歩いた道のりは 360 m、走った道のりは 1440 m である。

4　1次関数の利用（動点）

〈解答〉(1) $y=16$ ☆☆

(2)ア 6☆　　イ $4x$☆☆　　ウ 14☆

エ $-4x+80$☆☆

(3) $x=\frac{11}{2}$、$\frac{29}{2}$☆☆☆

(1)　$x=4$ のとき AP＝4 cm より、点 P は辺 AB 上にある。よって、△APD の面積 y は

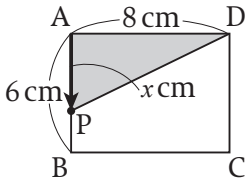
$$y=\frac{1}{2}\times AD\times AP=\frac{1}{2}\times 8\times 4=16$$

(2)①　点 P が辺 AB 上にあるとき

点 P が頂点 B に到着するのは 6 秒後だから、x の変域は

$0\leqq x\leqq 6$

△APD の面積 y は



$$y=\frac{1}{2}\times AD\times AP$$

$$y=\frac{1}{2}\times 8\times x$$

$$y=4x$$

②　点 P が辺 BC 上にあるとき

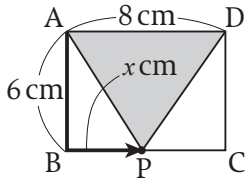
点 P が頂点 C に到着するのは

$6+8=14$（秒後）

だから、x の変域は

$6\leqq x\leqq 14$

△APD の面積 y は



$$y=\frac{1}{2}\times AD\times AB$$

$$y=\frac{1}{2}\times 8\times 6$$

$$y=24$$

③　点 P が辺 CD 上にあるとき

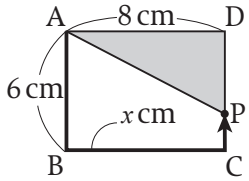
点 P が頂点 D に到着するのは

$6+8+6=20$（秒後）

だから、x の変域は

$14\leqq x\leqq 20$

△APD の面積 y は



$$y=\frac{1}{2}\times AD\times DP$$

$$y=\frac{1}{2}\times 8\times(20-x)$$

$$y=-4x+80$$

(3)①　点 P が辺 AB 上にあるとき

$$22=4x\qquad x=\frac{11}{2}$$

これは $0\leqq x\leqq 6$ をみたす。

②　点 P が辺 BC 上にあるとき

$y=22$ となることはない。

③　点 P が辺 CD 上にあるとき

$$22=-4x+80\qquad x=\frac{29}{2}$$

これは $14\leqq x\leqq 20$ をみたす。

5　立体の体積

〈解答〉(1) 4800π cm^3☆☆

(2)① 600π cm^3☆☆　　② 6 cm☆☆

③ 16 cm☆☆

(1)　容器に入っている水の体積は、底面の半径が 20 cm、高さが 12 cm の円柱の体積と等しいので

$\pi\times 20^2\times 12=4800\pi$ (cm^3)

(2)①　おもりは完全に水に沈んだので、おもりの体積は、おもりを入れて水面が上がった分の水の体積と等しい。水面の高さはおもりを入れる前と比べて

$13.5-12=1.5$ (cm)

上がったので、おもりの体積は

$\pi\times 20^2\times 1.5=600\pi$ (cm^3)

②　おもりの高さを h cm とすると、おもりの体積は底面の半径が 10 cm、高さが h cm の円柱の体積と等しく、おもりの体積は 600π cm^3 だから

$\pi\times 10^2\times h=600\pi\qquad h=6$

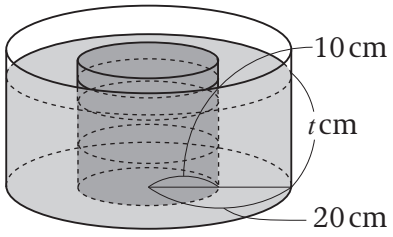
よって、おもりの高さは 6 cm

③　おもり 3 個を容器に入れたときの水面の高さを t cm とする。水が入った部分の体積は、「底面が半径 20 cm の円で高さが t cm の円柱」から「底面が半径 10 cm の円で高さが t cm の円柱」を除いた立体の体積と等しく、(1)より水の体積は 4800π cm^3 だから

$$\pi\times 20^2\times t-\pi\times 10^2\times t=4800\pi$$

$$300\pi t=4800\pi$$

$$t=16$$

おもり 2 個分の高さは 12 cm、おもり 3 個分の高さは 18 cm より、これは問題に適する。

よって、底面からの水面の高さは 16 cm